дить в физические законы специальным образом: при замене системы отсчета изменяется и определяющее уравнение, но полученное уравнение должно быть равносильным исходному.

2. Уравнения геометрически линейной теории часто оказываются непригодными для нелинейной вследствие нарушения принципа материальной индифферентности. Замена материальной производной тензора напряжений Коши на объективную производную позволяет сделать уравнение объективным. На примере классического уравнения Максвелла показаны некоторые тонкости такого преобразования при использовании О-производной (1), (5).

3. Объективная О-производная индифферентного тензора, в частности напряжений Коши, не будет индифферентным тензором только при условии совпадения актуальной и отсчетной конфигураций. Показано, что при активном процессе в обсуждаемой модели упругопластической среды такой случай исключается. Это позволяет обеспечить обязательную объективность определяющих уравнений при моделировании конечных деформаций и поворотов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лурье, А. И.** Нелинейная теория упругости / А. И. Лурье. – М., 1980. – 512 с.

2. **Жилин, П. А.** Векторы и тензоры второго ранга в трехмерном пространстве / П. А. Жилин. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. – 275 с.

3. **Поздеев, А. А.** Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения / А. А. Поздеев, П. В. Трусов, Ю. И. Няшин. – М., 1986. – 232 с.

4. **Левитас, В. И.** Большие упругопластические деформации материалов при высоком давлении / В. И. Левитас. – Киев, 1987. – 229 с.

5. **Швед, О. Л.** К теории упругопластичности при конечных упругих деформациях и поворотах / О. Л. Швед // Доклады НАН Беларуси. – 2005. – Т. 49, № 3. – С. 45–48.

6. **Швед, О. Л.** Двойственное описание упругопластического процесса / О. Л. Швед // Вестник БГУ. – 2007. – № 2. – С. 88–93.

Поступила 25.10.2006

УДК 629.11.001.24:531.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДЕРЖЕК ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА

Канд. техн. наук, доц. ЧЕПЕЛЕВА Т. И., студ. ЧЕПЕЛЕВ А. Н.

Белорусский национальный технический университет,
Минский государственный медицинский университет

Одной из ведущих областей машиностроения является производство транспортных машин. Процессы, связанные с производством машин, можно рассматривать как сосредоточенными, так и распределенными. Процесс производства будем считать сосредоточенным, если один и тот же интеллектуальный исполнитель одновременно задействован для нескольких производственных подструктур и управляет ими. Распределенным же будем считать процесс, если несколько различных интеллектуальных исполнителей управляют определенным количеством подструктур.

Для поддержки принятия решений задействованы информационно-аналитические системы, которые предназначены для сопровождения процессов производства машин. При создании систем параллельной обработки данных необходимо знать минимальное время реализации рассматриваемых процессов, а также время взаимодействия параллельных процессов, связанных с производством машин. Реализация сложных параллельных процессов – это особый механизм, который ведет к росту накладных расходов, что значительно влияет на производство машин.

Чтобы решить поставленные проблемные задачи, связанные с производством машин, следует разработать методы организации взаимодействия оперативности реализации имеющихся процессов производства и большого числа существующих параллельных процессов, связанных с усилением производства, т. е. минимизацией его времени.

Моделирование процессов производства транспортных машин проводится с помощью математического аппарата сетевых дуговзвешенных графов. Оно позволяет определить точное значение минимального общего времени производственных процессов.

На стадии проектирования и создания транспортных машин весьма важно знание эффективности работы данного предприятия. В данной работе изложены теоремы, позволяющие определить эффективность конкурирующих процессов многоструктурного ресурса производства транспортных машин. Разработана математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов ресурса данного производства, которая позволяет определять эффективность его работы, что весьма важно при решении управленческих вопросов.

Будем различать параллельно распределенное и последовательное выполнение производственных процессов. Введем обозначения: a – время, затраченное множеством распределенных конкурирующих процессов на организацию параллельного использования рабочих блоков многоструктурного ресурса производства, где $a > 0$; n – множество различных конкурирующих процессов; p – количество интеллектуальных исполнителей; ν – то же рабочих блоков; B_j – множество рабочих блоков, где $j = \overline{1, \nu}$; a_{ij} – время выполнения j производственных блоков i-ми конкурирующими процессами, где $j = \overline{1, \nu}$; $i = \overline{1, n}$.

Систему конкурирующих процессов многоструктурного ресурса производства назовем одинаково распределенной, если она имеет одинаковые длительности процессов производства. Можно определить суммарное время выполнения каждого из рабочих блоков всеми n рабочими процессами. Если система конкурирующих процессов одинаково распределенная, то имеется совпадение по времени каждого из i-х процессов: $a_{i1} = a_{i2} = ... = a_{i\nu} = a_i$. Пусть $t^n = \sum_{i=1}^{n} a_i$ – суммарное время выполнения каждого из рабочих блоков B_j всеми n процессами. Введем множество $a(a_1, a_2, ..., a_n, t^n)$ и назовем его характеристическим или характеристическим набором данной системы. Требуется определить наименьшее рабочее время выполнения множества конкурирующих неоднородных, однородных и одинаково распределенных рабочих процессов различных режимов многоструктурного ресурса производства. Пусть $F(t_\alpha^n) = a$; $t_{m-1}^\alpha \le t_m^\alpha \le t_{m+1}^\alpha$; $m = \overline{1, n}$, где α – параметр, характеризующий время, затраченное на организацию параллельного использования рабочих блоков многоструктурного ресурса производства множеством распределенных конкурирующих рабочих процессов, $\alpha > 0$ [1].

В работе проведен сравнительный анализ для класса одинаково распределенных рабочих процессов с учетом системных производственных расходов α.

Теорема 1. Пусть α – характеристический набор одинаково распределенной системы производства с параметрами $p, n, \nu, \alpha,$ где $2 \le \nu \le p$. Тогда минимальное общее время выполнения множества одинаково распределенных конкурирующих рабочих процессов соответственно в последовательном режиме и двух параллельно распределенных режимах совпадает, в противном случае $t_{pr}^1 > t_{ps}^3 = t_{pr}^2$, где t_{pr}^1, t_{pr}^2 – минимальное общее время параллельного режима производства; t_{ps}^3 – то же последовательного.

Доказательство. Обозначим $a_m^\alpha = \max_{1 \le i \le n} a_i^\alpha$, тогда для 3-го последовательного и 2-го параллельно распределенного режимов производства имеет место соотношение

$$t_{ps}^3 = t_{pr}^2 = t_\alpha^n + (\nu - 1) a_m^\alpha.$$

В этом случае обеспечивается непрерывное выполнение каждого рабочего блока всеми n процессами для любого характеристического набора системы a производства транспортных машин.

Если управление и взаимодействие рабочих блоков и интеллектуальных исполнителей осуществляется в пределах 1-го параллельно распределенного режима непрерывным выполнением рабочих блоков многоструктурного ресурса производства внутри каждого из рабочих процессов, то справедливо равенство

$$t_{pr}^{1} = t_{\alpha}^{n} + (\nu - 1)(a_n^{\alpha} + \sum_{i=2}^{n} \max\{a_{i-1}^{\alpha} - a_i^{\alpha}, 0\}.$$

Верно равенство $a_n^{\alpha} + \sum_{i=2}^{n} \max\{a_{i-1}^{\alpha} - a_i^{\alpha}, 0\} =$ $= a_m^{\alpha}$ [2]. Нетрудно заметить, что $a_m^{\alpha} = \max_{1\le i\le n} a_i^{\alpha}$ и выполняется равенство $\sum_{i=2}^{m} \max\{a_{i-1}^{\alpha} - a_i^{\alpha}, 0\} = 0,$ если $1 \le i \le m \le n,$ но при $1 \le m \le i \le n$ выполняется равенство $\sum_{i=m+1}^{n} \max\{a_{i-1}^{\alpha} - a_i^{\alpha}, 0\} = a_m^{\alpha} -$ $- a_n^{\alpha}$. Следовательно, справедливо, что a_m^{α} + $+ \sum_{i=2}^{n} \max\{a_{i-1}^{\alpha} - a_i^{\alpha}, 0\} = a_n^{\alpha} + a_m^{\alpha} - a_n^{\alpha} = a_m^{\varepsilon}$. Откуда и следует доказательство первой части теоремы.

Доказательство второй части теоремы следует из неравенства

$$a_n^{\alpha} + \sum_{i=2}^{n} \max\{a_{i-1}^{\alpha} - a_i^{\alpha}, 0\} - \max_{1\le i\le n}\{t_i^{\alpha}\} > 0.$$

Теорема доказана.

Необходимо заметить, что системы, для которых справедливы равенства вида $a_{i1} = a_{i2} = ... =$ $= a_{in} = a_i,$ называются стационарными, где $i = \overline{1, n}.$ Если выполняется соотношение $\nu t^n - t(p, n, \nu, \alpha) =$ $= \Delta_{\alpha}(n) > 0,$ где νt^n – время выполнения рабочих блоков производства B_j всеми n процессами в последовательном режиме, то одинаково распределенную систему конкурирующих процессов производства называют эффективной (надежной, быстродействующей), где $j = \overline{1, \nu};$ $p, \nu \ge 2$ [1–3].

Из теоремы 1 следует теорема 2.

Теорема 2. Пусть система производства транспортных машин работает в трех режимах: последовательном и двух параллельно распределенных. Тогда для одинаково распределенных конкурирующих процессов производства минимальное общее время с учетом задержек производства и расходов α вычисляется по формуле

$$t(p, n, \nu, \alpha) = t_{\alpha}^{n} + a_{\max}^{\alpha}(\nu - 1),$$

где

$$t_{\alpha}^{n} = \sum_{i=1}^{n} a_i^{\alpha}; \quad a_{\max}^{\alpha} = \max_{1\le i\le n}\{a_i^{\alpha}\}; \quad a_i^{\alpha} = a_i + \alpha.$$

Теорема 3. Если имеется эффективная одинаково распределенная производственная система конкурирующих рабочих процессов, то для нее существует более эффективная стационарная одинаково распределенная система, удовлетворяющая соотношениям:

$$\nu n \ge 2(n + \nu - 1); \quad 0 < \alpha \le \min_{1\le i\le n} a_i; \quad n = \nu,$$

где

$$p \ge \nu > 3. \tag{1}$$

Верно и обратное: одинаково распределенная производственная система конкурирующих процессов с параметрами n, ν, p, α, удовлетворяющая соотношениям (1), является эффективной.

Доказательство. Следует учесть, что если имеются две эффективные одинаково распределенные производственные системы конкурирующих процессов, то говорят, что первая более эффективна, чем вторая, если величина $\Delta_{\alpha}(n)$ первой системы не больше соответствующей величины второй.

Пусть имеется эффективная одинаково распределенная производственная система. Тогда справедливо неравенство

$$\Delta_{\alpha}(n) = (\nu - 1)(t^n - a_{\max}^{n}) - (n + \nu - 1)\alpha \ge 0,$$

где

$$a_{\max}^{n} = \max_{1\le i\le n} t_i.$$

Для стационарной распределенной производственной системы введем обозначение

$$\Delta_{\alpha}^{c} = (\nu - 1)(t^n - a) - (n + \nu - 1)\alpha > 0, \text{ где } a = \frac{t^n}{n}.$$

Требуется доказать, что

$$\Delta_\alpha^c(n) \le \Delta_\alpha(n). \qquad (2)$$

Рассмотрим стационарную одинаково распределенную систему. Пусть для нее выполняется условие

$$a = \min_{1\le i\le n} a_i = a_{\min}^n.$$

Если в выражение (2) вместо значений $\Delta_\alpha(n)$ и Δ_α^c подставим соответствующие величины и преобразуем полученное выражение, то будем иметь неравенство

$$(n-1)a \le t^n - t_{\max}^n.$$

Пусть для определенности $a_{\max}^n = a_m$. Тогда справедлива связь

$$t_n - a_{\max}^n = \sum_{i=1}^{m-1} a_i + \sum_{j=i+1}^{n} a_j \ge a_{\min}^n(n-1) = (n-1)a.$$

Докажем обратное утверждение.

Условие эффективности производства равносильно выполнению неравенства

$$\frac{t^n - a_{\max}^n}{\alpha} \ge \frac{n+\nu-1}{\nu-1}.$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что из соотношения $0 < \alpha < \min_{1\le i\le n} a_i$ следует цепь неравенств:

$$\frac{t^n - a_{\max}^n}{\alpha} \ge \frac{a_{\max}^n(n-1)}{\alpha} \ge n-1,$$

поскольку в силу выбора α выполняется неравенство $\frac{a_{\min}^n}{\alpha} \ge 1$. Тогда из выражения $\nu n \ge$ $\ge 2(n+\nu-1)$ следует неравенство $n - 1 \ge$ $\ge \frac{n+\nu-1}{\nu-1}$, что и требовалось доказать. Из теоремы 3 следуют теоремы 4 и 5.

Теорема 4 (необходимое и достаточное условие существования эффективной производственной системы).

Для того чтобы одинаково распределенная производственная система конкурирующих рабочих процессов была эффективной, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\alpha \le \begin{cases} f(1+\sqrt{\nu}), \text{ где } \sqrt{\nu} \ \text{ – целое число}, \\ \max\{f(1+[\sqrt{\nu}]),\ f(2+[\sqrt{\nu}])\}, \\ \text{где } \sqrt{\nu} \ \text{ – нецелое число}; \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{(\nu-1)t^n(x-1)}{x(x+\nu-1)},$$

$[x]$ – наибольшее целое число, меньшее x.

Теорема 5. Производственная система с n одинаково распределенными конкурирующими рабочими процессами будет эффективной, если

$$\frac{\alpha}{t^n} \le \frac{n-1}{n(n+1)},$$

где

$$p = \nu = 2.$$

ВЫВОД

Полученные результаты могут быть использованы для исследования систем на надежность, что очень важно на стадии проектирования транспортных машин и при решении задач оптимального использования многоструктурного ресурса производства. Результаты могут быть использованы также и при определении рентабельности производства транспортных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Коваленко, Н. С.** Структурирование конвейерной реализации процессов производства / Н. С. Коваленко, Т. И. Чепелева // Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития: материалы V Междунар. науч. конф. – Минск, 2004. – С. 42–45.

2. **Эндрюс, Г. Р.** Основы многопоточного, параллельного и распределенного программирования / Г. Р. Эндрюс; пер. с англ. – М., 2003. – 512 с.

3. **Танаев, В. С.** Теория расписаний. Многостадийные системы / В. С. Танаев, Ю. Н. Сотсков, В. А. Струсевич. – М., 1989. – 328 с.

Поступила 21.11.2007